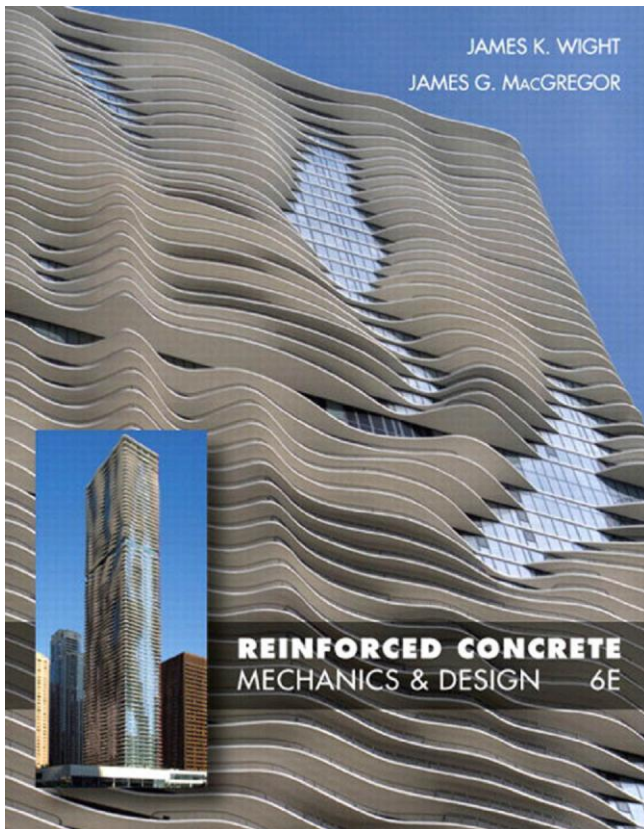




CHAPTER 5

Shear in Reinforced Concrete Beams

ABSTRACT

The objective of today's reinforced concrete designer is to produce ductile members that provide warning of impending failure. To achieve this goal, the code provides design shear values that have larger safety factors against shear failures than do those provided for bending failures.

The failures of reinforced concrete beams in shear are different from their failures in bending. Shear failures occur suddenly with little or no advance warning. Thus, beams are designed to fail in bending under loads that are appreciably smaller than those that would cause shear failures. As a result, those members will fail ductility. They may crack and sag a great deal if overloaded, but they will not fall apart, as they might if shear failures were possible.

Ali R. Emami

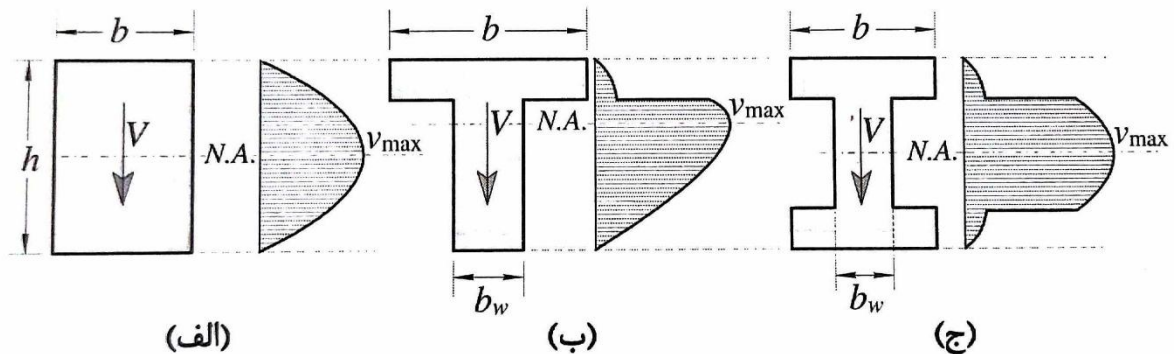
Reinforced Concrete: Mechanics and Design

توزیع تنش در تیر بتنی تحت برش با رفتار الاستیک

از مباحث مقاومت مصالح معلوم می‌شود که در یک تیر با رفتار الاستیک، تنش برشی در قسمت‌های مختلف یک مقطع از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$v = \frac{VQ}{Ib} \quad (۱-۷)$$

که در این رابطه، v تنش برشی در هر تار از مقطع، V نیروی برشی اثر کننده بر مقطع، Q لنگر استاتیکی برای تار مورد نظر (لنگر سطح قسمتی از مقطع که در ناحیه بیرونی نسبت به نقطه‌ای که تنش برشی در آن نقطه حساب می‌شود، قرار دارد؛ حول محور خنثی)، I ممان اینرسی مقطع، و b عرض مقطع در نقطه‌ای از مقطع است که تنش برشی در آن نقطه حساب می‌شود. بدین ترتیب توزیع تنش برشی در ارتفاع مقطع برای مقاطع مستطیلی، T شکل و I شکل به صورت شکل ۱-۷ خواهد بود.



شکل ۱-۷ توزیع تنش برشی در یک مقطع؛ (الف) مقطع مستطیلی؛ (ب) مقطع T شکل؛ (ج) مقطع I شکل

همان‌گونه که از شکل ۱-۷ مشخص می‌شود، تنش برشی در تارهای بالایی و پایینی مقطع صفر بوده و بیش‌ترین تنش برشی در محل تار خنثی اتفاق می‌افتد. از مباحث مقدماتی مقاومت مصالح یادآوری می‌شود که در هر نقطه، تنش‌های برشی مساوی بر صفحات افقی و عمودی یک المان اثر می‌کنند. چنین تنش‌های برشی افقی در موارد خاص، از جمله در طراحی اتصالات بال به جان و یا در نواحی مجاور سوراخ در تیرها، حائز اهمیت هستند.

برای یک مقطع مستطیلی با عرض b و ارتفاع h ، تنش برشی حداکثر به صورت زیر حساب می‌شود:

$$v_{\max} = (V \times \frac{bh}{2} \times \frac{h}{4}) / (\frac{1}{12}bh^3 \times b)$$

$$v_{\max} = \frac{3}{2} \times \frac{V}{bh} \quad (۲-۷)$$

بدین ترتیب اگر در یک مقطع مستطیلی تنش برشی متوسط به صورت $v_{ave} = V / bh$ تعریف شود، تنش برشی حداکثر $۱/۵$ برابر تنش برشی متوسط خواهد بود ($v_{\max} = 1.5v_{ave}$).

دایره موهر برای تنش‌ها

از مباحث مقدماتی مقاومت مصالح هم‌چنین یادآوری می‌شود که در یک المان تحت تأثیر تنش‌های برشی و تنش‌های عمودی، از ترکیب این تنش‌ها، تنش‌های عمودی حداکثر و حداقلی وجود خواهند داشت که روی همان المان و تحت زاویه مشخص، به صورت خالص و بدون تنش‌های برشی اثر می‌کنند. این تنش‌ها به نام تنش‌های اصلی^۱، و صفحاتی که این تنش‌ها روی آن اثر می‌کنند، به نام صفحات اصلی خوانده می‌شوند. چنانچه تنش‌های عمودی اثر کننده بر یک المان با σ_x و σ_y ، و تنش‌های برشی با v_{xy} نشان داده شود (به شکل ۷-۲- الف توجه شود)، تنش‌های اصلی که با σ_1 و σ_2 نمایش داده می‌شوند، از رابطه زیر به دست می‌آیند:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + v_{xy}^2} \quad (۳-۷)$$

هم‌چنین زاویه صفحات اصلی از محورهای اولیه المان (α) از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

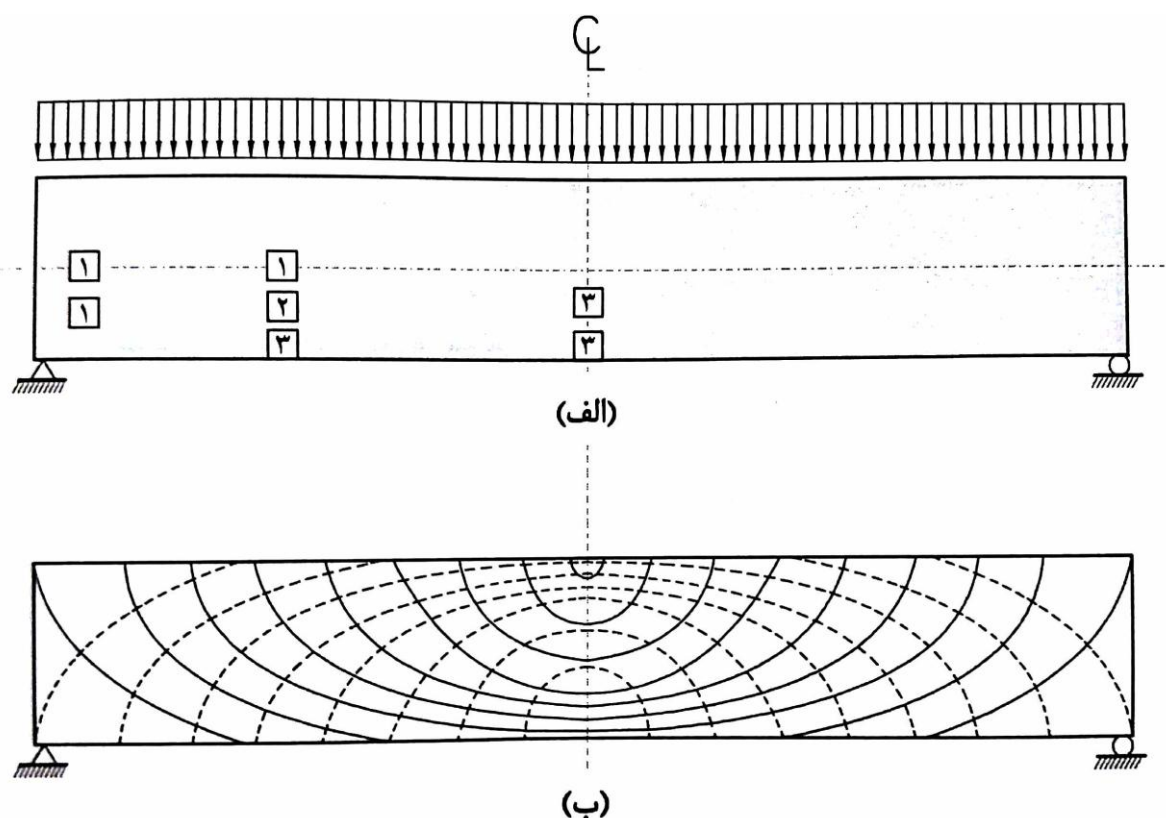
$$\tan(\alpha) = \frac{2v_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \quad (۴-۷)$$

از طرفی اگر یک المان تحت تأثیر تنش کششی f ناشی از لنگر خمشی، و تنش برشی v قرار گیرد، با استفاده از روابط (۳-۷) و (۴-۷) خواهیم داشت:

$$\sigma_{1,2} = \frac{f}{2} \pm \sqrt{\frac{f^2}{4} + v^2} \quad (۵-۷)$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{2v}{f} \right) \quad (۶-۷)$$

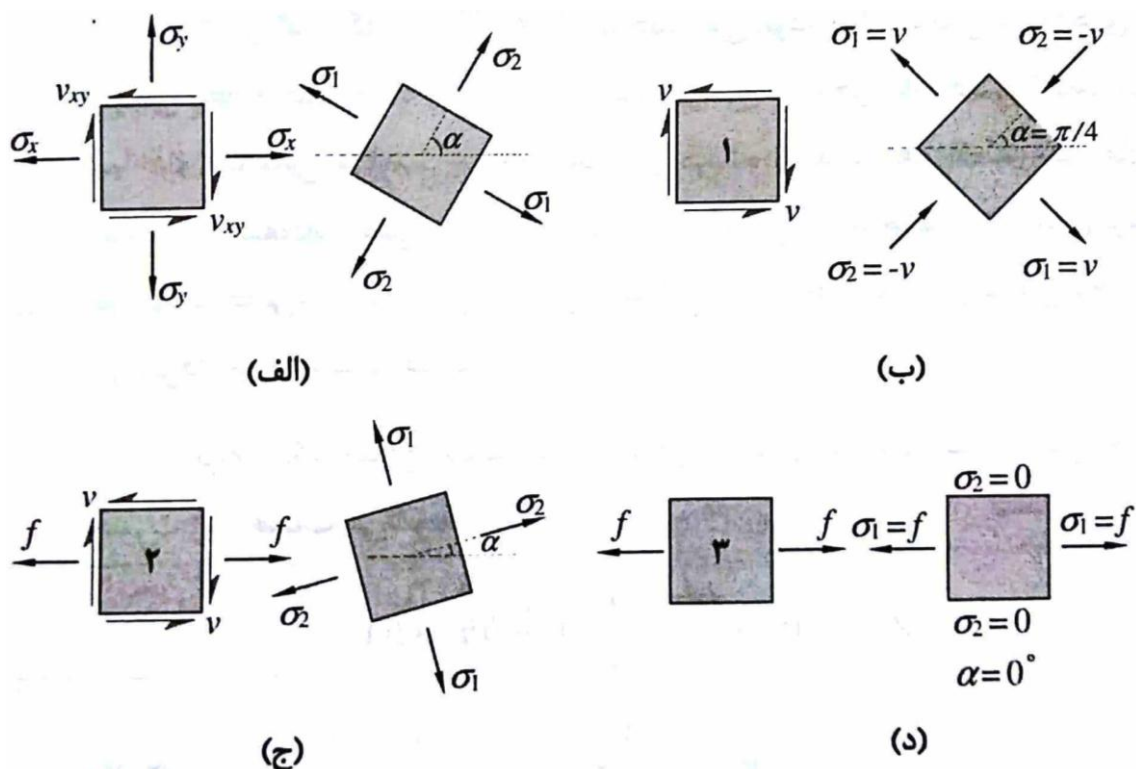
که α مقداری بین صفر و ۴۵ درجه خواهد داشت. چنین المانی در شکل ۲-۷-ج با شماره ۲ مشخص شده است.



شکل ۳-۷ الف) نمایش المان‌های مختلف در یک تیر دو سر ساده تحت بار گسترده
یکنواخت؛ ب) جهت تنش‌های کششی اصلی و تنش‌های فشاری اصلی در
تیر

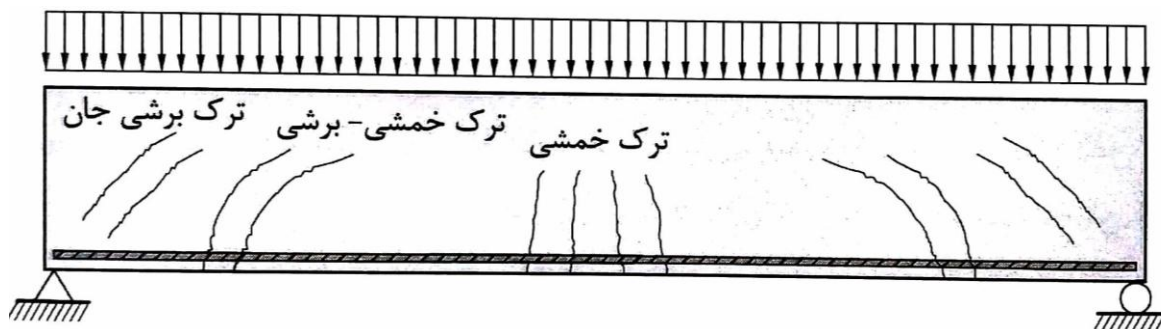
اگر یک المان تحت تأثیر تنش برشی خالص ν قرار گرفته باشد، تنش‌های اصلی از رابطه (۳-۷) برابر با $\sigma_1 = +\nu$ و $\sigma_2 = -\nu$ ، و زاویه صفحات اصلی از رابطه (۴-۷) برابر $\alpha = 45^\circ$ به دست می‌آید. این المان در شکل ۷-۲ ب با شماره ۱ نمایش داده شده است.

همچنین اگر المانی فقط تحت تأثیر تنش کششی ناشی از خمش قرار گرفته باشد (تنش f)، $\alpha = 0^\circ$ بوده و همان تنش، تنش اصلی خواهد بود. این المان در شکل ۷-۲ د با شماره ۳ مشخص شده است.



شکل ۷-۲ نمایش تنش‌های اصلی و صفحات اصلی؛ (الف) المان تحت تنش‌های عمودی و برشی (حالت کلی)؛ (ب) المان تحت تنش برشی خالص (المان ۱)؛ (ج) المان تحت تنش برشی و خمشی (المان ۲)؛ (د) المان تحت تنش خمشی خالص (المان ۳)

با توضیحات قبلی می‌توان تأثیر تنش برشی را که به صورت خالص در یک نقطه اثر می‌کند، و یا با تنش خمشی ترکیب می‌شود، در یک تیر بتنی با رفتار الاستیک بررسی کرد. به طور مثال اگر تیر دو سر ساده نشان داده شده در شکل ۷-۳ الف در نظر گرفته شود، کلیه المان‌های واقع در نزدیکی تکیه‌گاه، و نیز کلیه المان‌های واقع بر محور خنثی، شرایط المان شماره ۱ را خواهند داشت. همچنین المان‌هایی که با فاصله از تکیه‌گاه قرار گرفته‌اند، شرایط المان شماره ۲ را داشته؛ و المان‌های واقع در وسط دهانه، شرایط المان شماره ۳ را دارند. با این توضیحات جهت تنش‌های کششی اصلی در تیر در شکل ۷-۳ ب با خطوط توپر، و جهت تنش‌های فشاری اصلی در تیر به صورت خط چین نمایش داده شده است.

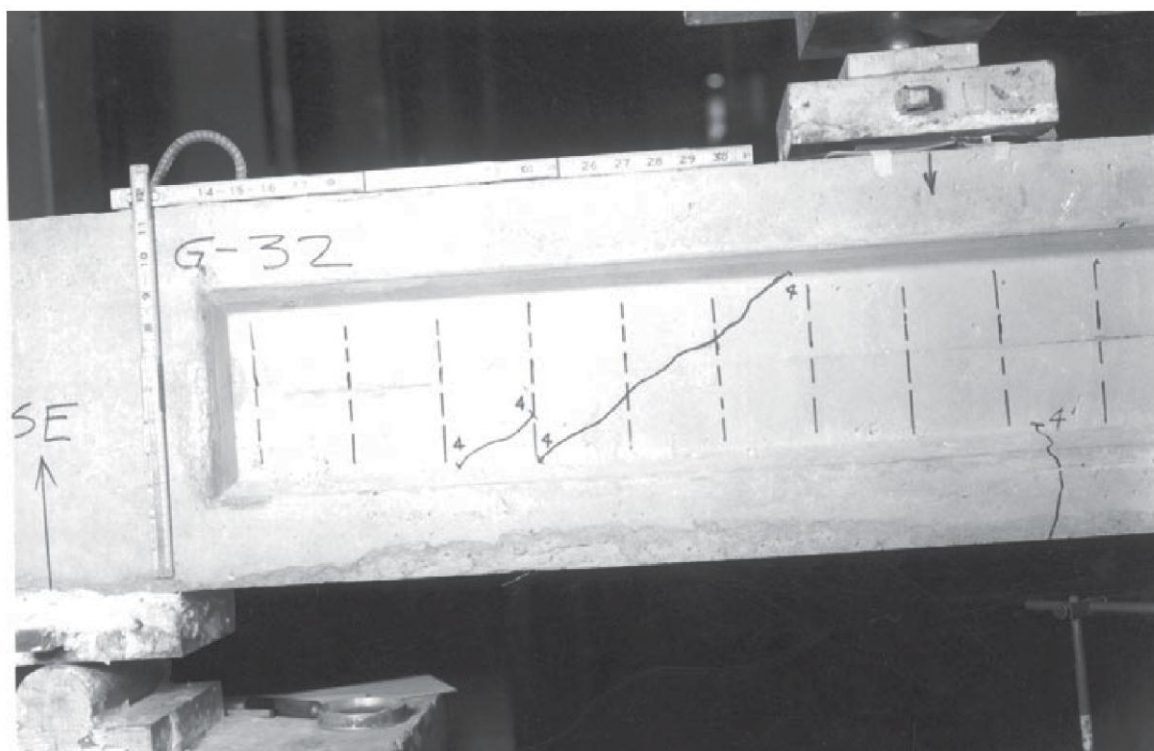


شکل ۷-۴ انواع ترک‌های محتمل در یک تیر در اثر عمل توأم برش و خمش

از آن‌جا که ضعف بتن در مقاومت کششی آن است، اولین آثار گسیختگی مقطع به صورت ترک خوردگی ناشی از تنش‌های کششی اصلی و در راستای عمود بر آن تنش‌ها ظاهر می‌شود. بدین ترتیب مشکلی که برش برای یک تیر بتنی ایجاد می‌کند، آن است که تنش‌های برشی به صورت خالص و یا در ترکیب با تنش‌های خمشی، در راستایی که با افق زاویه‌ای بین صفر تا ۴۵ درجه تشکیل می‌دهد، تنش‌های کششی قطری ایجاد می‌کنند که این تنش‌ها در حقیقت همان تنش‌های اصلی بوده و بیش‌ترین تنش کششی ممکن در نقطه مربوطه هستند. بدیهی است که تنش‌های کششی اصلی تا حد مقاومت کششی بتن، توسط مقطع تحمل شده و از آن به بعد، مقطع با ترک خوردگی روبرو خواهد شد.

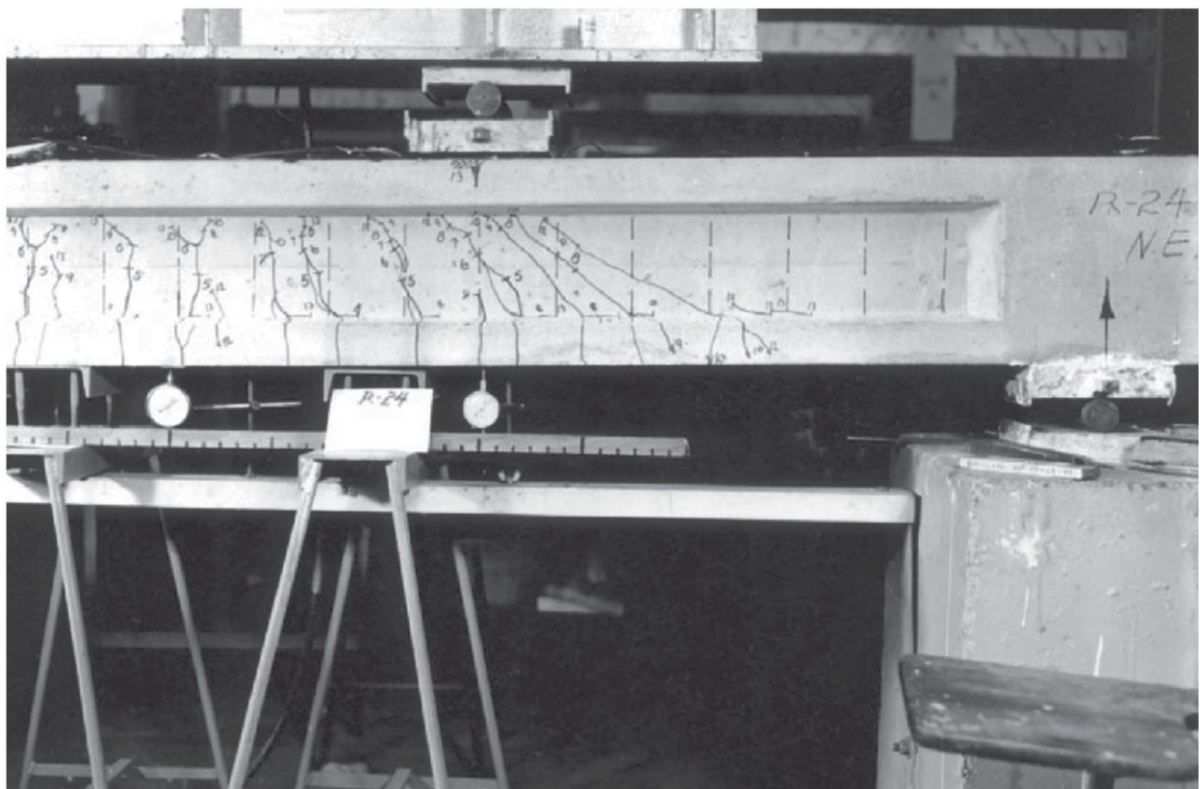
الف- ترک‌های برشی جان^۱

این ترک‌ها در ناحیه‌ای از تیر رخ می‌دهد که تنش برشی تقریباً خالص وجود داشته باشد. نواحی نزدیک تکیه‌گاه‌ها در تیرهای دو سر ساده، نواحی مستعدی برای وقوع این نوع ترک هستند. این ترک‌ها با زاویه ۴۵ درجه و در عمق جان مقطع تشکیل شده و از پایین یا بالای مقطع قابل مشاهده نیستند.



ب- ترک‌های خمشی-برشی^۲

این ترک‌ها در ناحیه‌ای از تیر به وقوع می‌پیوندد که هر دوی تنش‌های برشی و خمشی قابل توجه باشند. در یک تیر دو سر ساده با دور شدن تدریجی از تکیه‌گاه و قبل از رسیدن به وسط تیر، امکان وقوع چنین ترک‌هایی وجود دارد. این نوع ترک ابتدا از زیر تیر (در ناحیه لنگر مثبت) به صورت قائم و تحت تأثیر تنش کششی خالص که از خمش ناشی می‌شود، آغاز شده و با رسیدن به موقعیت فولادهای خمشی، به تدریج تحت تأثیر عمل توام برش و خمش، تورب پیدا می‌کند؛ تا آن‌که در محدوده تار خنثی تحت تأثیر تنش برشی خالص، زاویه ۴۵ درجه با افق تشکیل می‌دهد.



(b) Flexure-shear cracks.

ج- ترک‌های خمشی

این ترک‌ها در ناحیه‌ای از تیر که برش ناچیز بوده و فقط تنش خمشی وجود دارد (نظیر وسط یک تیر دو سر ساده) اتفاق می‌افتد. این ترک‌ها به صورت تقریباً قائم بالا رفته و تا محور خنثی نفوذ می‌کند. بدیهی است که فولادهای خمشی تعبیه شده در مقطع، اثر این ترک‌ها را جبران کرده و یک مقطع بتن آرمه را به صورت پایدار، باقی نگه می‌دارد.

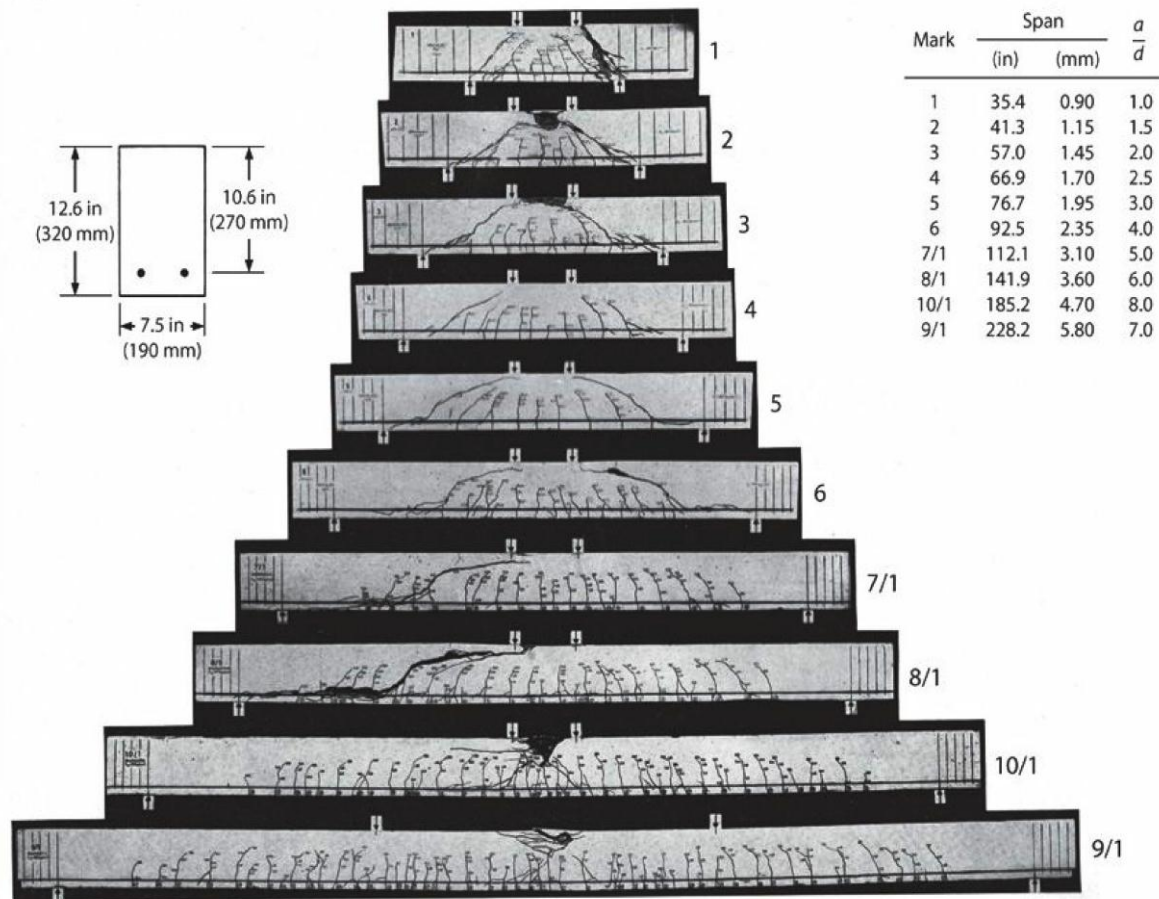


FIGURE 7.29 Damage at failure in series of tests on beams without transverse reinforcement. (After Leonhardt, 1962.)

ظرفیت اسمی مقطع در برش یکطرفه

22.5.1.1 Nominal one-way shear strength at a section, V_n , shall be calculated by:

$$V_n = V_c + V_s \quad (22.5.1.1)$$

22.5.1.2 Cross-sectional dimensions shall be selected to satisfy Eq. (22.5.1.2).

$$V_u \leq \phi(V_c + 0.66\sqrt{f'_c}b_w d) \quad (22.5.1.2)$$

R22.5.1.2 The limit on cross-sectional dimensions in 22.5.1.2 is intended to minimize the likelihood of diagonal compression failure in the concrete and limit the extent of cracking.

ظرفیت اسمی بتن بدون نیروی محوری

22.5.5.1 For nonprestressed members without axial force, V_c shall be calculated by:

$$V_c = 0.17\lambda\sqrt{f'_c}b_w d \quad (22.5.5.1)$$

unless a more detailed calculation is made in accordance with Table 22.5.5.1.

ρ_w = ratio of A_s to $b_w d$

Table 22.5.5.1—Detailed method for calculating V_c

V_c		
Least of (a), (b), and (c):	$\left(0.16\lambda\sqrt{f'_c} + 17\rho_w \frac{V_u d}{M_u}\right)b_w d$ ^[1]	(a)
	$(0.16\lambda\sqrt{f'_c} + 17\rho_w)b_w d$	(b)
	$0.29\lambda\sqrt{f'_c}b_w d$	(c)

22.5.6.1 For nonprestressed members with axial compression, V_c shall be calculated by:

$$V_c = 0.17 \left(1 + \frac{N_u}{14A_g} \right) \lambda \sqrt{f'_c} b_w d \quad (22.5.6.1)$$

unless a more detailed calculation is made in accordance with Table 22.5.6.1, where N_u is positive for compression.

Table 22.5.6.1—Detailed method for calculating V_c for nonprestressed members with axial compression

V_c		
Lesser of (a) and (b):	$\left(0.16\lambda\sqrt{f'_c} + 17\rho_w \frac{V_u d}{M_u - N_u \frac{(4h-d)}{8}} \right) b_w d \quad [1]$ Equation not applicable if $M_u - N_u \frac{(4h-d)}{8} \leq 0$	(a)
	$0.29\lambda\sqrt{f'_c} b_w d \sqrt{1 + \frac{0.29N_u}{A_g}}$	(b)

^[1] M_u occurs simultaneously with V_u at the section considered.

22.5.7 V_c for nonprestressed members with significant axial tension

22.5.7.1 For nonprestressed members with significant axial tension, V_c shall be calculated by:

$$V_c = 0.17 \left(1 + \frac{N_u}{3.5 A_g} \right) \lambda \sqrt{f'_c} b_w d \quad (22.5.7.1)$$

where N_u is negative for tension, and V_c shall not be less than zero.

ضریب اصلاح دانه بندی بتن

19.2.4.2 The value of λ shall be based on the composition of the aggregate in the concrete mixture in accordance with Table 19.2.4.2 or as permitted in 19.2.4.3.

Table 19.2.4.2—Modification factor λ

Concrete	Composition of aggregates	λ
All-lightweight	Fine: ASTM C330M Coarse: ASTM C330M	0.75
Lightweight, fine blend	Fine: Combination of ASTM C330M and C33M Coarse: ASTM C330M	0.75 to 0.85 ^[1]
Sand-lightweight	Fine: ASTM C33M Coarse: ASTM C330M	0.85
Sand-lightweight, coarse blend	Fine: ASTM C33M Coarse: Combination of ASTM C330M and C33M	0.85 to 1 ^[2]
Normalweight	Fine: ASTM C33M Coarse: ASTM C33M	1

انواع فولاد برشی یا فولاد عرضی

فولاد برشی ممکن است در حالت‌های زیر در یک عضو بتنی به کار گرفته شود.

۱- فولاد برشی قائم (شکل ۷-۷-الف)؛

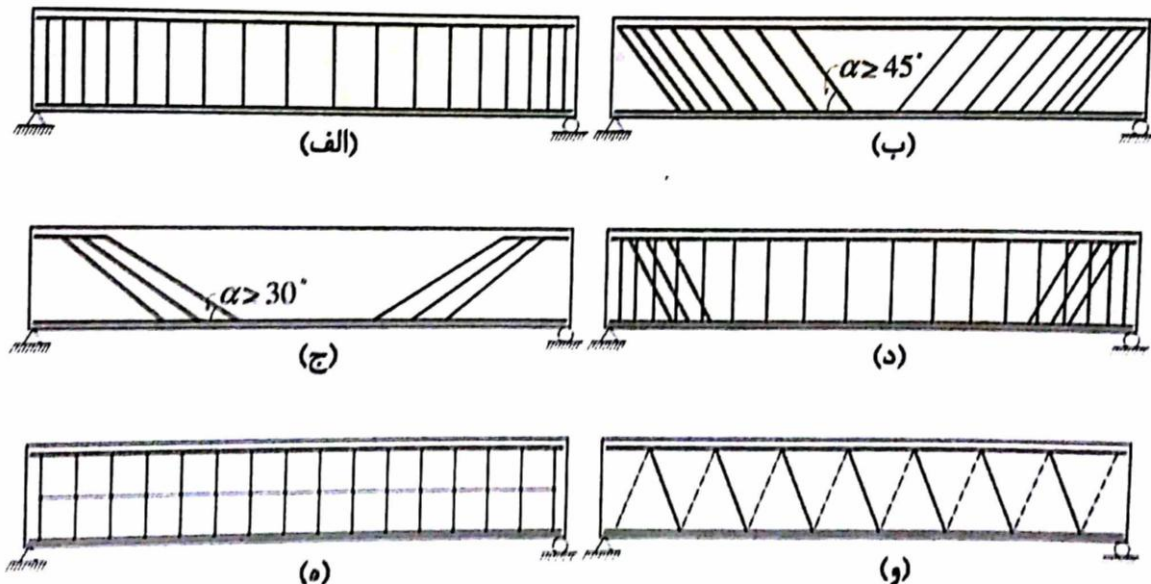
۲- فولاد برشی مایل با زاویه حداقل ۴۵ درجه نسبت به فولادهای طولی (شکل ۷-۷-ب)؛

۳- فولاد طولی خم شده با زاویه حداقل ۳۰ درجه نسبت به فولادهای طولی (شکل ۷-۷-ج)؛

۴- ترکیبی از فولاد برشی قائم و فولاد طولی خم شده (شکل ۷-۷-د)، یا فولاد برشی مایل و فولاد طولی خم شده؛

۵- شبکه سیمی جوش شده (شکل ۷-۷-ه)؛

۶- دورپیچ و یا فولاد عرضی حلقوی (شکل ۷-۷-و).

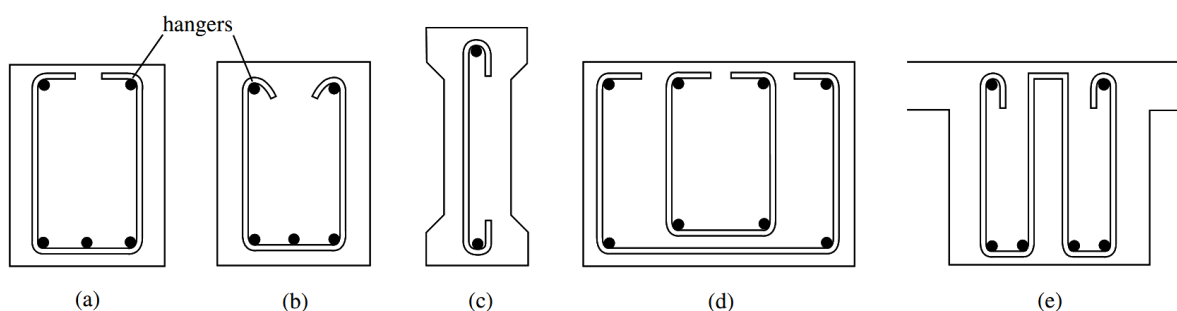


شکل ۷-۷ انواع فولاد برشی: الف) فولاد برشی قائم؛ ب) فولاد برشی مایل؛ ج) فولاد طولی خم شده؛ د) حالت ترکیبی؛ ه) شبکه سیمی جوش شده؛ و) دورپیچ

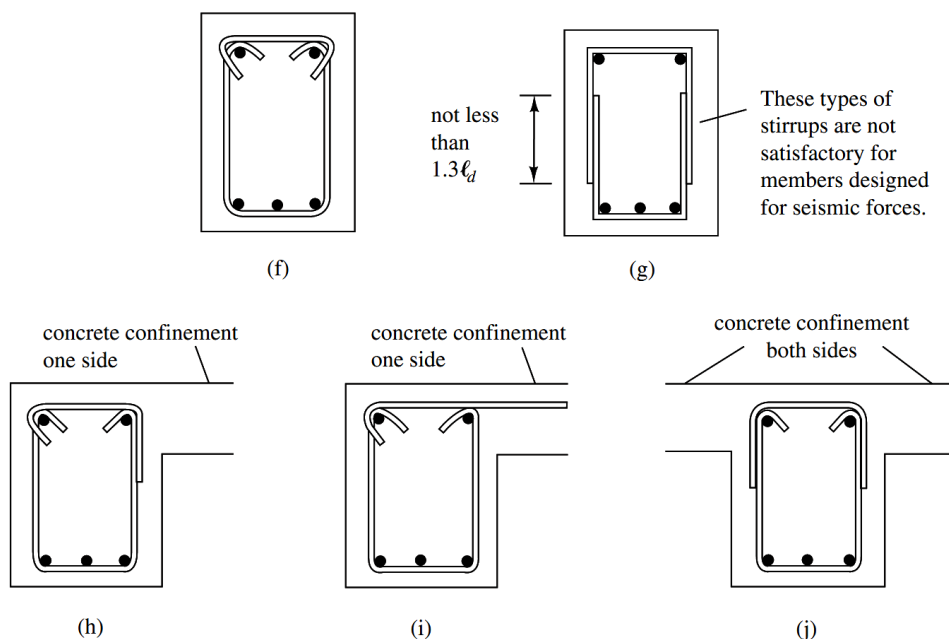
نحوه اجرا فولاد برشی یا فولاد جان

فولاد برشی قائم از نظر سهولت اجرا متداول ترین نوع فولاد برشی می باشد. هر یک از فولادهای برشی به نام خاموت یا تنگ^۳ خوانده می شود. این فولادها را می توان به صورت خاموت یا تنگ باز^۴ (شکل ۷-۸-الف)، و یا به صورت تنگ بسته^۵ (شکل ۷-۸-ب) به کار برد. تنگ باز ممکن است به صورت تک شاخه (قلاب)، یا دو شاخه (رکابی)، یا تنگ چند شاخه به کار رود. از طرفی تنگ بسته می تواند درست مثل تنگ باز و بر اساس تعداد شاخه های قائم تنگ، در تحمل برش ایفای نقش کند؛ اگر چه تنگ بسته در تحمل پیچش نیز ایفای نقش خواهد نمود. همان طور که در شکل ۷-۸-ب مشاهده می شود، تنگ بسته ممکن است از یک قطعه و یا دو قطعه تشکیل شده باشد.

Open stirrups for beams with negligible torsion (ACI 11.5.1)



Closed stirrups for beams with significant torsion (see ACI 11.5.2.1)



22.5.10 *One-way shear reinforcement*

22.5.10.1 At each section where $V_u > \phi V_c$, transverse reinforcement shall be provided such that Eq. (22.5.10.1) is satisfied.

$$V_s \geq \frac{V_u}{\phi} - V_c \quad (22.5.10.1)$$

22.5.10.2 For one-way members reinforced with transverse reinforcement, V_s shall be calculated in accordance with 22.5.10.5.

22.5.10.5.1 In nonprestressed and prestressed members, shear reinforcement satisfying (a), (b), or (c) shall be permitted:

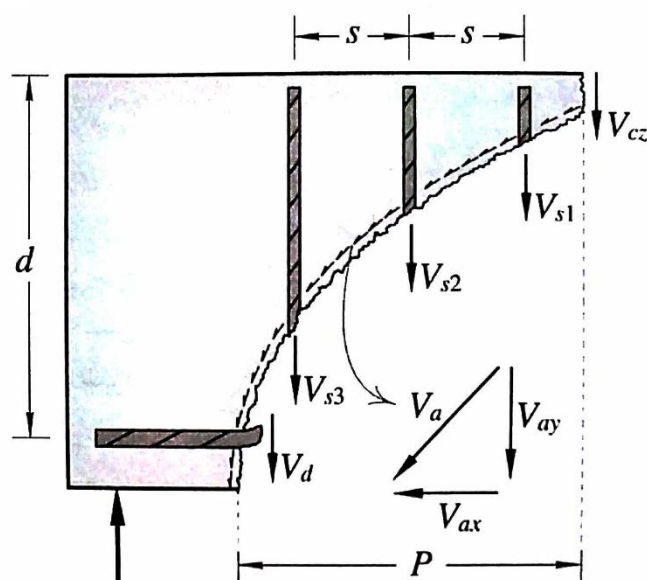
- (a) Stirrups, ties, or hoops perpendicular to longitudinal axis of member
- (b) Welded wire reinforcement with wires located perpendicular to longitudinal axis of member
- (c) Spiral reinforcement

22.5.10.5.2 Inclined stirrups making an angle of at least 45 degrees with the longitudinal axis of the member and crossing the plane of the potential shear crack shall be permitted to be used as shear reinforcement in nonprestressed members.

ظرفیت فولاد برشی عمود بر محور طولی

شکل ۷-۱۱ نمودار آزاد یک وجه ترک مورب ایجاد شده در تیر را نشان می‌دهد. نیروهایی که در این مقطع به صورت داخلی اثر می‌کنند، عبارتند از:

الف- نیروی ایجاد شده در فولادهای برشی، که پس از ایجاد ترک مورب، کاملاً قابل ملاحظه خواهند بود. جمع نیروی کششی کلیه فولادهای برشی که ترک را قطع می‌کنند، با V_s نمایش داده می‌شود.



ب- نیروی حاصل از درگیر شدن دانه‌ها و بتن در طرفین ترک مورب^۱ که به صورت پیوسته وجود داشته و از جابجایی و باز شدن بیش‌تر ترک ممانعت می‌کند. برآیند این نیرو با V_a ، و مؤلفه قائم آن با V_{ay} نمایش داده می‌شود.

ج- نیروی حاصل از عمل میخ پرچی^۲ فولادهای خمشی که بتن را در قسمت پایینی ترک به هم فشرده، و با تغییر شکل برشی خود، از جابجایی ترک ممانعت می‌کند. این نیرو با V_d نمایش داده می‌شود.

د- ظرفیت برشی بتن در آن قسمت از ناحیه فشاری که ترک مورب ادامه نیافته است. این نیرو با V_{cz} نشان داده می‌شود.

جمع کلیه نیروهای فوق، مقاومت برشی مقطع را تشکیل می‌دهد؛ به صورتی که اگر مقاومت برشی اسمی مقطع با V_n نمایش داده شود، خواهیم داشت:

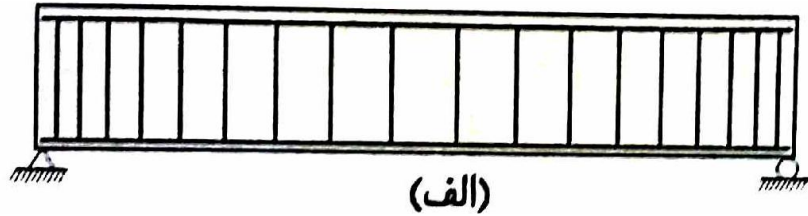
$$V_n = V_{ay} + V_d + V_{cz} + V_s \quad (۷-۲۸)$$

ظرفیت فولاد برشی عمود بر محور طولی

22.5.10.5.3 V_s for shear reinforcement in 22.5.10.5.1 shall be calculated by:

$$V_s = \frac{A_v f_{yt} d}{s} \quad (22.5.10.5.3)$$

where s is the spiral pitch or the longitudinal spacing of the shear reinforcement, and A_v is given in 22.5.10.5.5 or 22.5.10.5.6.

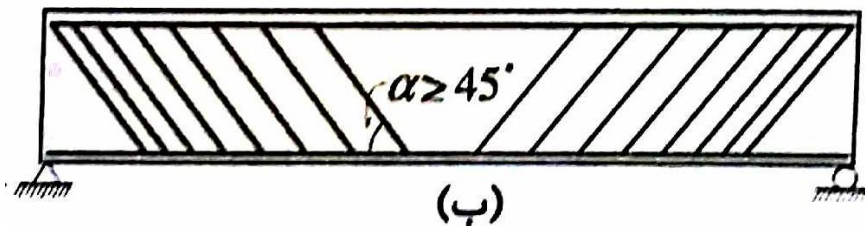


ظرفیت فولاد برشی مورب نسبت به محور طولی

22.5.10.5.4 V_s for shear reinforcement in 22.5.10.5.2 shall be calculated by:

$$V_s = \frac{A_v f_{yt} (\sin \alpha + \cos \alpha) d}{s} \quad (22.5.10.5.4)$$

where α is the angle between the inclined stirrups and the longitudinal axis of the member, s is measured parallel to the longitudinal reinforcement, and A_v is given in 22.5.10.5.5.



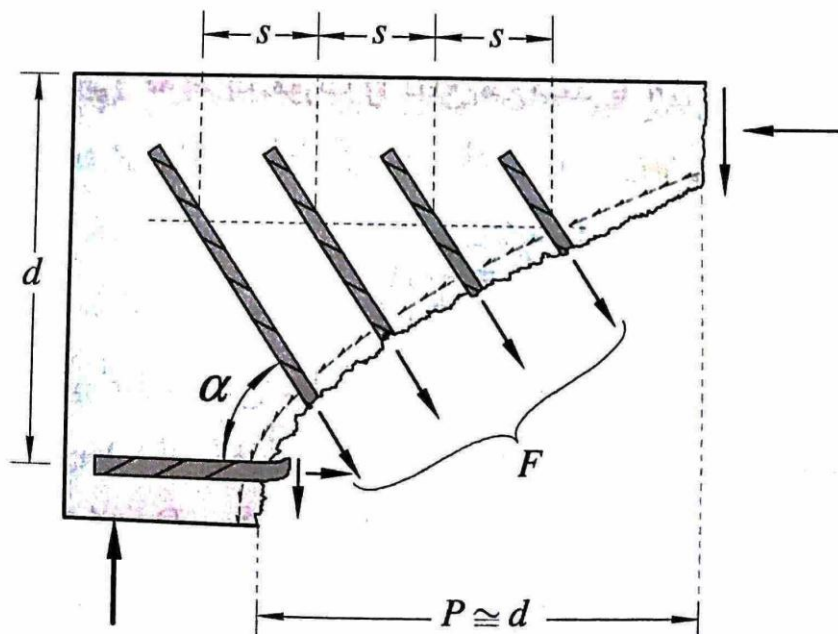
ظرفیت فولاد برشی مورب نسبت به محور طولی

شکل ۱۳-۷ نمودار جسم آزاد یک تیر بتنی با فولاد برشی مایل را در یک طرف وجه ترک مورب و در آستانه گسیختگی برشی مقطع نشان می‌دهد. در این حالت اگر فاصله افقی خاموت‌های مایل با s ، و زاویه تورب خاموت‌ها با α نمایش داده شود، تعداد خاموت‌هایی که ترک مورب را قطع می‌کنند، تقریباً برابر $d(1 + \cot \alpha)/s$ بوده و نیروی کششی خاموت‌ها به صورت مورب (F) برابر است با:

$$F = A_v f_{yt} \left[\frac{d}{s} (1 + \cot \alpha) \right] \quad (۳۱-۷)$$

با تصویر کردن نیروی F در جهت قائم، مقاومت برشی خاموت‌های مایل به صورت زیر به دست می‌آید:

$$V_s = \frac{A_v f_{yt} d}{s} (\sin \alpha + \cos \alpha) \quad (۳۲-۷)$$

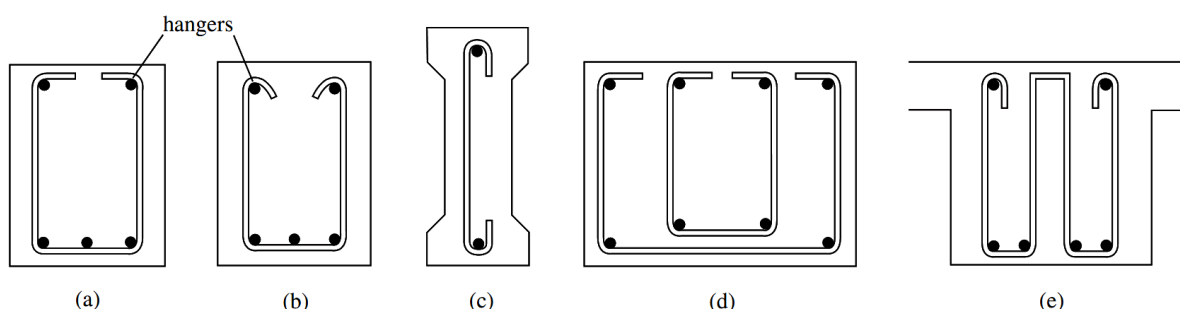


شکل ۱۳-۷ نمایش نیروهای داخلی فولادهای برشی مایل در یک تیر تحت برش

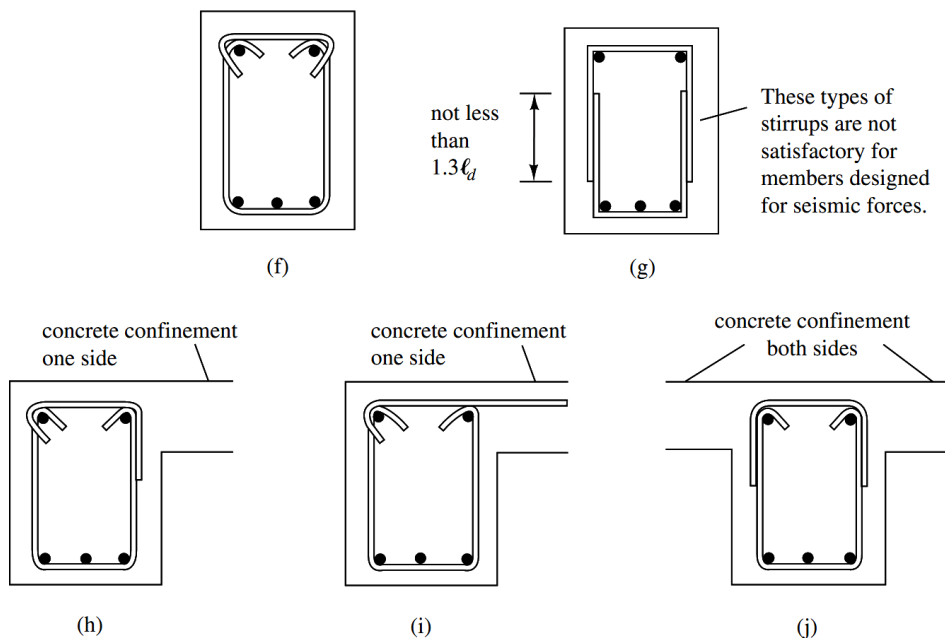
22.5.10.5.5 For each rectangular tie, stirrup, hoop, or crosstie, A_v shall be the effective area of all bar legs or wires within spacing s .

22.5.10.5.6 For each circular tie or spiral, A_v shall be two times the area of the bar or wire within spacing s .

Open stirrups for beams with negligible torsion (ACI 11.5.1)



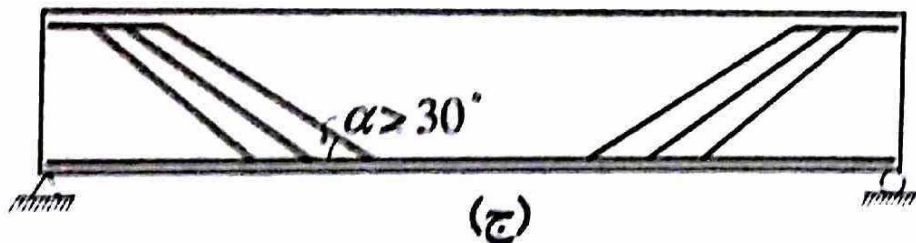
Closed stirrups for beams with significant torsion (see ACI 11.5.2.1)



ظرفیت برشی یک یا چند فولاد طولی خم شده در یک مکان

22.5.10.6 One-way shear strength provided by bent-up longitudinal bars

فولاد طولی خم شده نیز روش مناسبی برای تامین فولاد برشی در مقطع تیر است. حسن این روش در آن است که در نزدیکی تکیه‌گاهها که با کاهش لنگر و افزایش برش مواجه هستیم، امکان تغییر کاربری قسمتی از فولادهای طولی خمشی فراهم می‌شود. فولاد طولی خم شده به‌خصوص به صورت ترکیبی با خاموت‌های برشی قائم یا مایل، روش مناسبی برای تامین فولادهای برشی محسوب می‌شود.



22.5.10.6.2 If shear reinforcement consists of a single bar or a single group of parallel bars having an area A_v , all bent the same distance from the support, V_s shall be the lesser of (a) and (b):

$$(a) V_s = A_v f_y \sin \alpha \quad (22.5.10.6.2a)$$

$$(b) V_s = 0.25 \sqrt{f'_c} b_w d \quad (22.5.10.6.2b)$$

where α is the angle between bent-up reinforcement and longitudinal axis of the member.

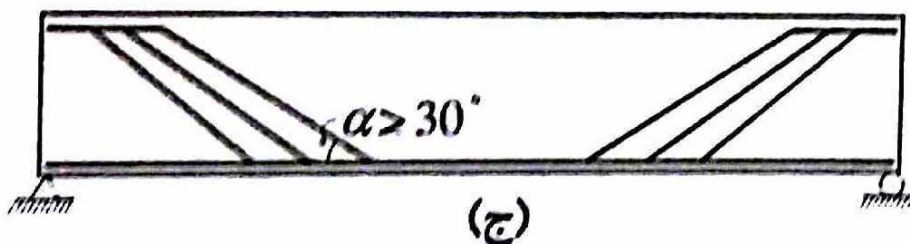
وقتی که یک میلگرد طولی و یا گروهی از میلگردهای طولی موازی، در یک فاصله ثابت از تکیه‌گاه به طرف بالا و با زاویه α نسبت به افق خم شوند، مقاومت برشی آن‌ها بر اساس ACI 318 از رابطه زیر تعیین می‌شود:

$$V_s = A_v f_y \sin \alpha \leq \frac{1}{4} \sqrt{f'_c} b_w d \quad (۳۳-۷)$$

ظرفیت برشی چند فولاد طولی خم شده در فواصل متفاوت

در حالتی که فولادهای طولی در چند ردیف به فواصل متفاوت از تکیه‌گاه خم شوند، مقاومت برشی آن‌ها را می‌توان از رابطه (۷-۳۲) تعیین کرد. بر اساس آیین‌نامه فقط سه چهارم مرکزی از قسمت مورب هر فولاد طولی خم شده، به عنوان فولاد برشی مؤثر در نظر گرفته می‌شود.

$$V_s = \frac{A_v f_{yt} (\sin \alpha + \cos \alpha) d}{s} \quad (22.5.10.5.4)$$



22.5.10.6.1 The center three-fourths of the inclined portion of bent-up longitudinal bars shall be permitted to be used as shear reinforcement in nonprestressed members if the angle α between the bent-up bars and the longitudinal axis of the member is at least 30 degrees.

22.5.10.6.3 If shear reinforcement consists of a series of parallel bent-up bars or groups of parallel bent-up bars at different distances from the support, V_s shall be calculated by Eq. (22.5.10.5.4).

در تیرهای سراسری که در وسط دهانه لنگر مثبت، و در تکیه‌گاه‌های سراسری لنگر منفی وجود دارد، گاه به دلیل تغییر جهت لنگر، تعدادی از میلگردهای طولی پایین تیر در نزدیکی تکیه‌گاه میانی به طرف بالا خم می‌شوند، تا در تحمل لنگر منفی ایفای نقش کنند. در چنین مواردی اگرچه فولادهای خم شده در تحمل برش نیز مؤثر هستند، ولی معمولاً در محاسبات برش منظور نمی‌شوند.

مقطع بحرانی برای کنترل برش نهایی یک طرفه:

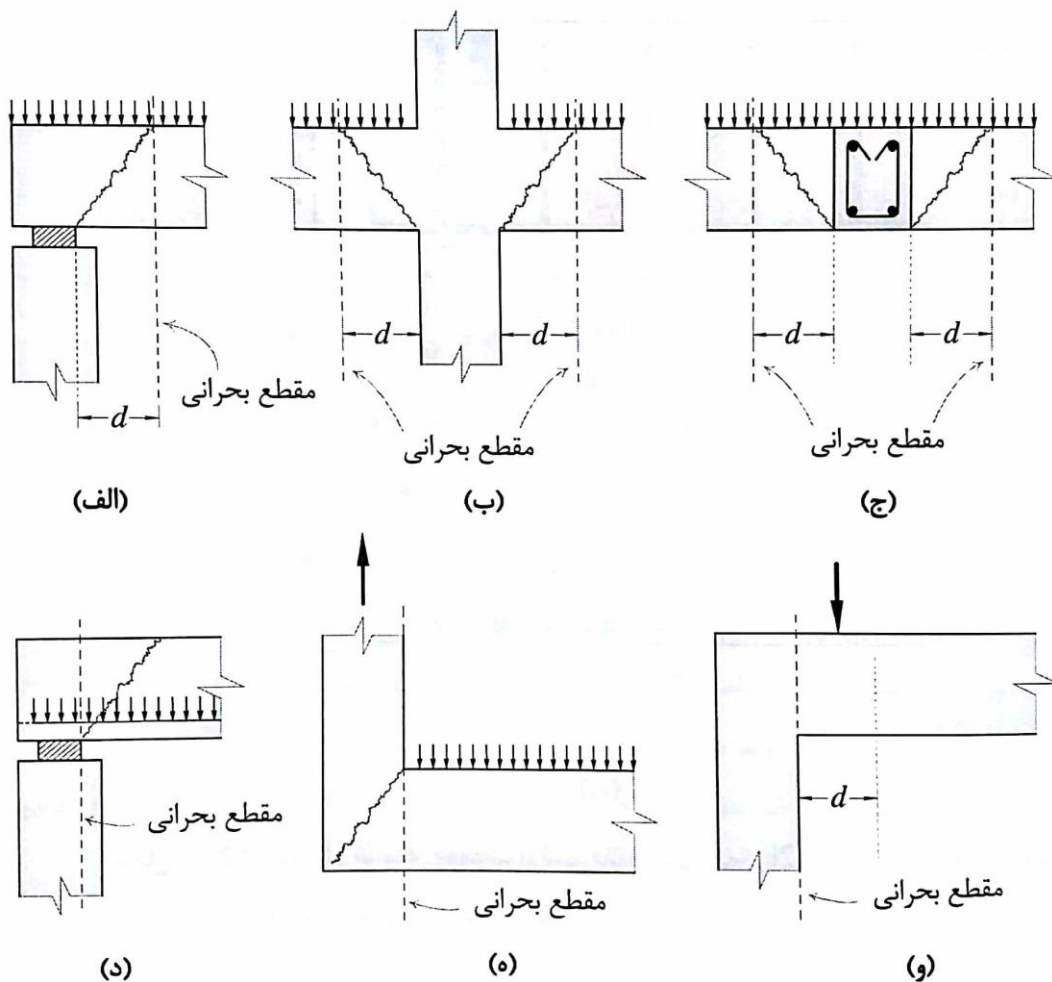
به فاصله d از بر تکیه گاه با برقراری همه شرایط زیر:

۱- عکس العمل تکیه گاه فشاری باشد؛

۲- بارگذاری در بالای تیر و یا نزدیکی بالای تیر انجام شود؛

۳- بار متمرکز در فاصله بر تکیه گاه تا d از بر تکیه گاه اثر نکند.

در غیر این صورت مقطع بحرانی در بر تکیه گاه است.



9.4.3.2 Sections between the face of support and a critical section located d from the face of support for nonprestressed beams and $h/2$ from the face of support for prestressed beams shall be permitted to be designed for V_u at that critical section if (a) through (c) are satisfied:

- (a) Support reaction, in direction of applied shear, introduces compression into the end region of the beam
- (b) Loads are applied at or near the top surface of the beam
- (c) No concentrated load occurs between the face of support and critical section

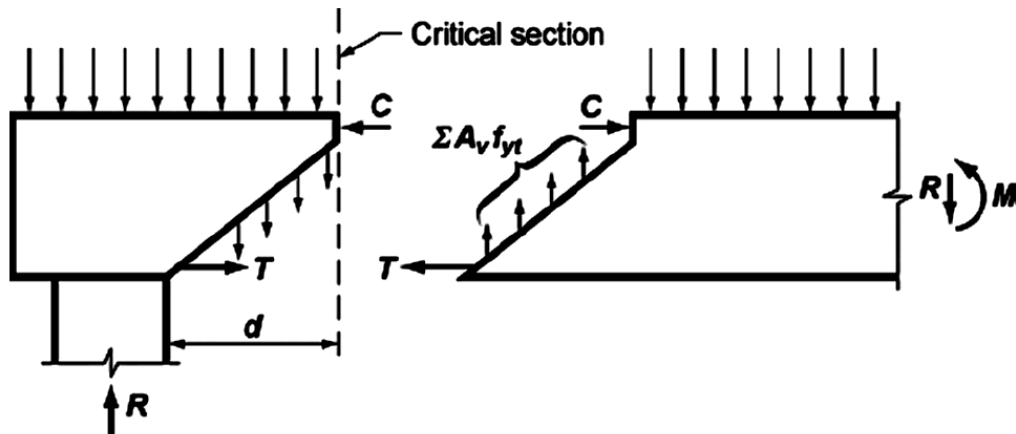


Fig. R9.4.3.2a—Free body diagrams of the end of a beam.

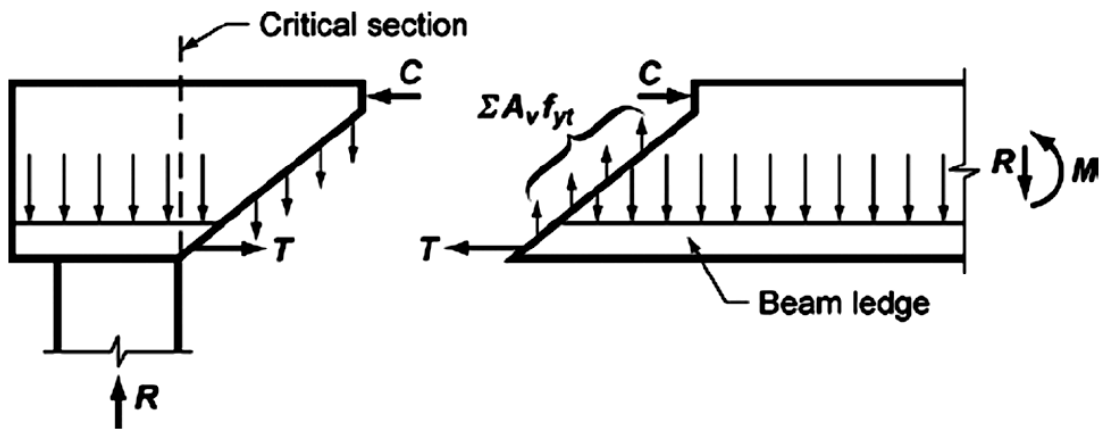


Fig. R9.4.3.2b—Location of critical section for shear in a beam loaded near bottom.

مقطع بحرانی برای کنترل برش نهایی یک طرفه:

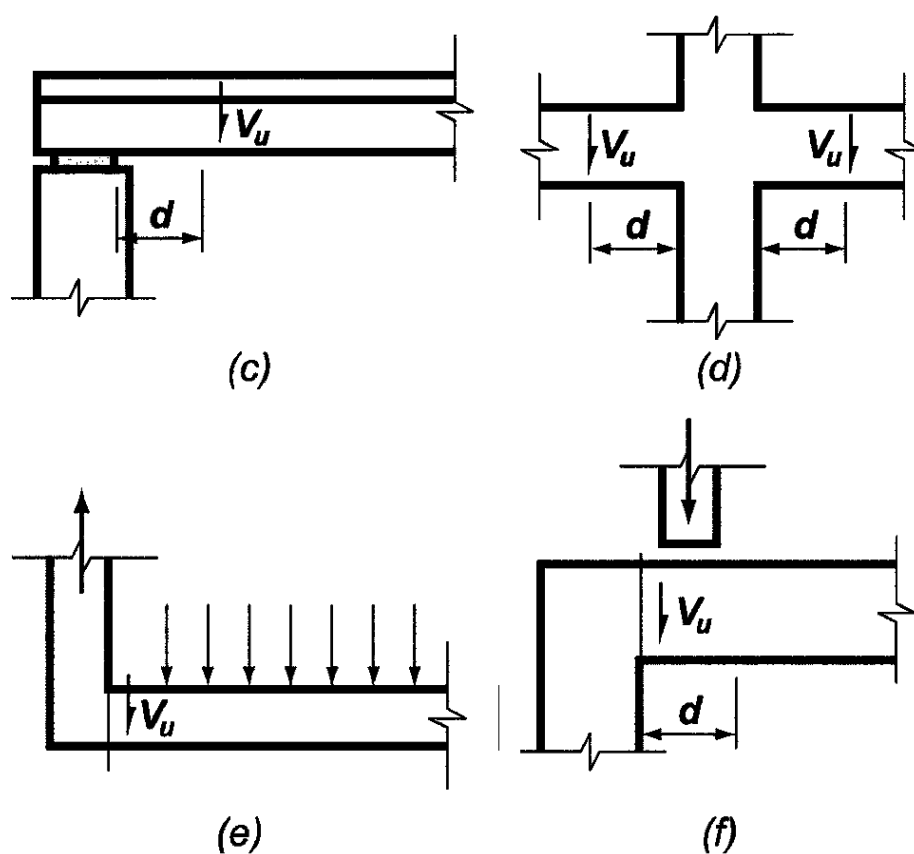


Fig. R9.4.3.2(c), (d), (e), (f)—Typical support conditions for locating factored shear force V_u .

حداقل فولاد عرضی برای برش یک طرفه:

9.6.3 Minimum shear reinforcement

9.6.3.1 A minimum area of shear reinforcement, $A_{v,min}$, shall be provided in all regions where $V_u > 0.5\phi V_c$ except for the cases in Table 9.6.3.1. For these cases, at least $A_{v,min}$ shall be provided where $V_u > \phi V_c$.

Table 9.6.3.3—Required $A_{v,min}$

Beam type	$A_{v,min}/s$	
Nonprestressed and prestressed with $A_{ps}f_{se} < 0.4(A_{ps}f_{pu} + A_s f_y)$	Greater of:	$0.062\sqrt{f'_c} \frac{b_w}{f_{yt}}$
		$0.35 \frac{b_w}{f_{yt}}$

حداکثر فواصل فولاد عرضی برای برش یک طرفه:

Table 9.7.6.2.2—Maximum spacing of shear reinforcement

V_s		Maximum s , mm	
		Nonprestressed beam	Prestressed beam
$\leq 0.33\sqrt{f'_c}b_wd$	Lesser of:	$d/2$	$3h/4$
		600	
$> 0.33\sqrt{f'_c}b_wd$	Lesser of:	$d/4$	$3h/8$
		300	

حداکثر فواصل فولاد عرضی بر اساس ضوابط شکل پذیری متوسط:

18.4.2.4 At both ends of the beam, hoops shall be provided over a length of at least $2h$ measured from the face of the supporting member toward midspan. The first hoop shall be located not more than 50 mm from the face of the supporting member. Spacing of hoops shall not exceed the smallest of (a) through (d):

- (a) $d/4$
- (b) Eight times the diameter of the smallest longitudinal bar enclosed
- (c) 24 times the diameter of the hoop bar
- (d) 300 mm

18.4.2.5 Transverse reinforcement spacing shall not exceed $d/2$ throughout the length of the beam.

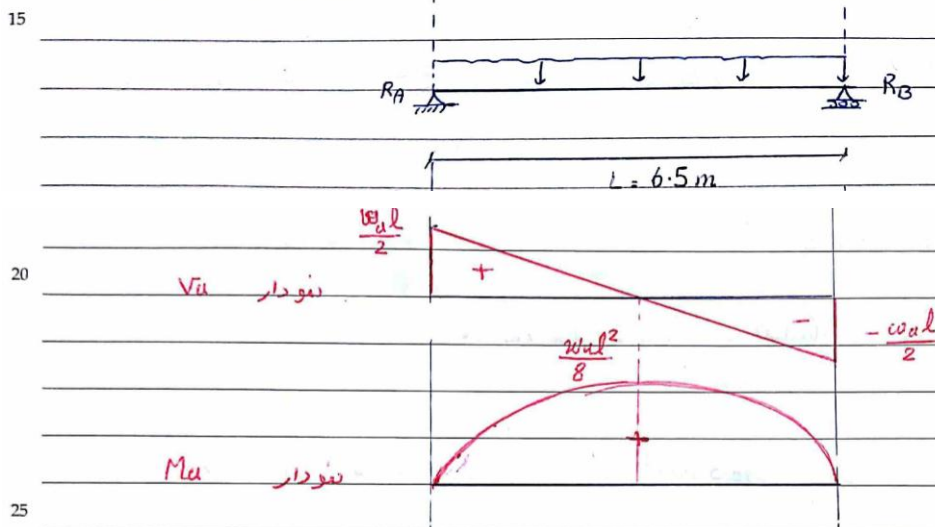
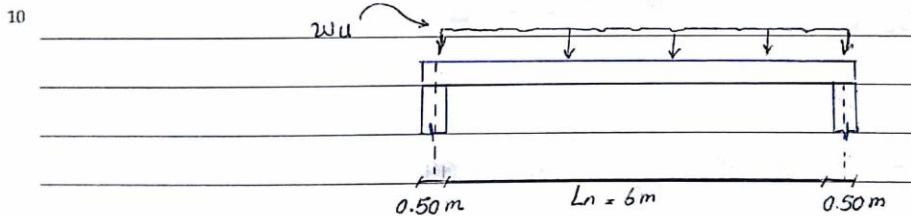
مثال یک تیر بین آرمه به طول $L_n = 6\text{ m}$ تحت بارهای زیر قرار دارد. دهانه بارگیر تیر 6 m است.

با فرض $b = 300\text{ mm}$ ، $h = 500\text{ mm}$ ، $d_c = 70\text{ mm}$ فولاد مورد نیاز برای تیرش را طراحی کنید.

5

$DL = 600\text{ kg/m}^2$	$f'_c = 30\text{ MPa}$	Load Comb:
$LL = 250\text{ kg/m}^2$	$F_y = 400\text{ MPa}$	1.4D
$PL = 100\text{ kg/m}^2$	$A_s = 4\phi 25$	1.2D + 1.6L + 1.6P

ابعاد تون $b_c = h_c = 500\text{ mm}$



ترکیب بارهای

1) $1.4D = 840\text{ kg/m}^2$

2) $1.2D + 1.6L + 1.6P = 1.2 \times 600 + 1.6 \times 250 + 1.6 \times 100 = 1280\text{ kg/m}^2$

30

طول دهانه تیر $L = L_n + \frac{b_c}{2} + \frac{b_c}{2} = 6 + \frac{0.5}{2} + \frac{0.5}{2} = 6.5\text{ m}$

Parsian

بار تیر دهانه

$w_u = q_u \times L_o = 1280 \times 6 = 7680\text{ kg/m} = 7.68\text{ ton/m}$

$w_u = 7.68 \times 9.81 = 75.3\text{ kN/m}$

$$w_u = 75.3 \frac{kN}{m}$$

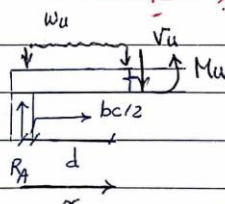
$$R_A = R_B = \frac{w_u l}{2} = 245 kN$$

$$V_u(A) = R_A = 245 kN ; \quad V_u(B) = -R_B = -245 kN$$

$$M_u = M_{max}^{(c)} = \frac{w_u l^2}{8} = 398 kN.m$$

$$x = \frac{bc}{2} + d = \frac{500}{2} + (500 - 70)$$

$$x = 780 mm = 0.68 m$$



$$V_u = R_A - w_u x = 245 - 75.3 \times 0.68 \Rightarrow V_u = 194 kN$$

$$M_u = R_A x - \frac{w_u x^2}{2} \Rightarrow M_u = 245 \times 0.68 - \frac{75.3 \times 0.68^2}{2} = 149 kN.m$$

$$V_c = 0.17 \lambda \sqrt{f'_c} b_w d$$

نیم از رابط تقریبی:

$$V_c = 0.17 \times 1 \times \sqrt{30} \times 300 \times 430 = 120 kN = 120 \times 10^3 N$$

$$A_s = 4\phi 25 = 4 \times \frac{\pi}{4} \times 25^2 = 1963 mm^2$$

نیم از رابط تقریبی:

$$\rho_w = A_s / (b_w d) \Rightarrow \rho_w = \frac{1963}{300 \times 430} \Rightarrow \rho_w = 0.0152$$

$$1. \quad V_c = \left(0.16 \lambda \sqrt{f'_c} + 17 \rho_w \frac{V_u d}{M_u} \right) b_w d$$

$$= \left(0.16 \times 1 \times \sqrt{30} + 17 \times 0.0152 \times \frac{194 \times 10^3 \times 430}{149 \times 10^6} \right) \times 300 \times 430 = 132 \times 10^3 N$$

$$= 132 kN$$

$$2. V_c = (0.16 \lambda \sqrt{F_c} + 17 \rho_w) b_w d$$

$$V_c = (0.16 \times 1 \times \sqrt{30} + 17 \times 0.0152) \times 300 \times 430 = 146 \times 10^3 \text{ N} = 146 \text{ kN}$$

$$3. V_c = 0.29 \lambda \sqrt{F_c} b_w d = 0.29 \times 1 \times \sqrt{30} \times 300 \times 430 = 205 \times 10^3 \text{ N} = 205 \text{ kN}$$

$$V_c = \min \{ 132, 146, 205 \} = 132 \text{ kN}$$

$$\frac{V_c}{V_c} = \frac{132}{120} = 1.1$$

10٪ افزایش ظرفیت برشی معطی به علت حضور حل تقنینی!

$$V_c = 132 \text{ kN}$$

از V_c دقیق برای ارائه حل مسئله استفاده می‌کنیم.

$$V_u = + V_n = + (V_c + V_s) \Rightarrow V_s = \frac{V_u}{4} - V_c$$

$$V_s = \frac{194}{0.75} - 132 = 127 \text{ kN} \Rightarrow V_s = 127 \times 10^3 \text{ N}$$

$$V_s = A_v f_{yt} \frac{d}{s} \Rightarrow 127 \times 10^3 = \frac{A_v}{s} \times 400 \times 430$$

$$\frac{A_v}{s} = 0.738 \frac{\text{mm}^2}{\text{mm}}$$

$$\frac{A_{v,min}}{s} = \max \left\{ 0.062 \sqrt{F_c} \frac{b_w}{f_{yt}}, 0.35 \frac{b_w}{f_{yt}} \right\}$$

$$= \max \left\{ 0.062 \sqrt{30} \times \frac{300}{400}, 0.35 \times \frac{300}{400} \right\}$$

$$\frac{A_{v,min}}{s} = \max \{ 0.255, 0.263 \}$$

$$\left(\frac{A_v}{s} \right) \geq \left(\frac{A_{v,min}}{s} \right) \checkmark$$

Subject

Year Month Date ()

$$V_s = 127 \text{ kN}$$

$$0.33 \sqrt{f'_c} b_w d = 0.33 \sqrt{30} \times 300 \times 450 = 233 \text{ kN}$$

$$V_s \leq 0.33 \sqrt{f'_c} b_w d \Rightarrow S_{max} = \min \left\{ \frac{d}{2}, 600 \text{ mm} \right\} = 215 \text{ mm}$$

$$\bar{T}_y \quad \phi 10 @ 200 = \frac{2 \times \frac{\pi}{4} \times 10^2}{200} = 0.785 \frac{\text{mm}^2}{\text{mm}} \text{ OK.}$$

كل عرسا، طاقوت برقي:

$$V_u = \phi V_c = 0.75 \times \frac{132}{2} = 49.5 \text{ kN}$$

$$V_u = R_A - w_u x \Rightarrow 49.5 = 245 - 75.3 x$$

$$\Rightarrow x = 2.60 \text{ m} \quad x' = \frac{L}{2} - x = \frac{6.5}{2} - 2.60 = 0.65 \text{ m}$$

